PISA™ 2022

Desarrollo de la competencia matemática

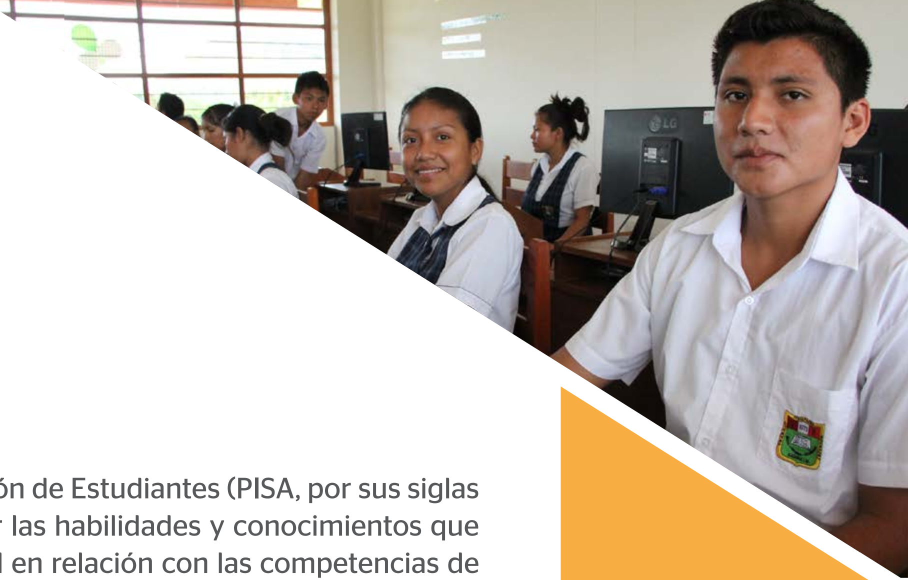
Aportes pedagógicos de PISA 2022

PERÚ Ministerio de Educación

Con Punche Perú

BICENTENARIO DEL PERÚ 2021 - 2024

ÍNDICE



Introducción

El Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés) tiene como propósito identificar las habilidades y conocimientos que utilizan los estudiantes de 15 años de edad en relación con las competencias de Lectura, Matemática, Ciencia, entre otras, con el objetivo de diagnosticar cuán preparado está este grupo de estudiantes, próximo a culminar su educación básica, para afrontar diversas situaciones que les plantea la sociedad actual. Este documento se centra en explicar las habilidades y conocimientos implicados en la competencia matemática.

En el primer capítulo, se explica cómo define PISA la competencia matemática, en qué consiste el ciclo de resolución de problemas y cuáles son los aspectos del contexto social actual que este programa toma en cuenta para establecer lo que significa ser matemáticamente competente. Asimismo, se muestra su relación con el Currículo Nacional de la Educación Básica (CNEB) en aspectos como las capacidades, conocimientos y contextos involucrados en la resolución de diversas situaciones.

En el segundo capítulo, se muestran ejemplos de situaciones planteadas en la prueba PISA. En ellos, se describen los procesos involucrados en la resolución de estas situaciones, su relación con las competencias matemáticas que propone el CNEB, y un análisis que explica su propósito y las posibles rutas que podría seguir un estudiante para resolverlas.

En el tercer y cuarto capítulos, se enfatiza la importancia de promover el razonamiento matemático y el pensamiento computacional (aspectos novedosos en el marco de evaluación de PISA 2022), y se brindan algunos ejemplos de recursos que se pueden trabajar en el aula con estos propósitos.

Esperamos que este documento sea de utilidad para maestros, directores y, en general, toda persona o institución interesada en la mejora de los aprendizajes de nuestros estudiantes.

I. El marco de evaluación de la competencia matemática de PISA 2022

¿Cómo define PISA la competencia matemática?

Según PISA, la competencia matemática es la capacidad de una persona para **razonar matemáticamente** y para **formular**, **emplear** e **interpretar** las matemáticas con el propósito de resolver problemas en una variedad de contextos del mundo real. Implica utilizar conceptos, procedimientos, datos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos.

De esta forma, la competencia matemática ayuda a las personas a conocer el rol que tienen las matemáticas en el mundo, y a emitir juicios y tomar decisiones adecuadamente fundadas que necesitan los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos del siglo XXI (Organisation for Economic Co-operation and Development – OECD, 2023a).

Procesos involucrados en la competencia matemática

De acuerdo con su marco de evaluación, PISA 2022 considera los siguientes procesos:

Razonar matemáticamente

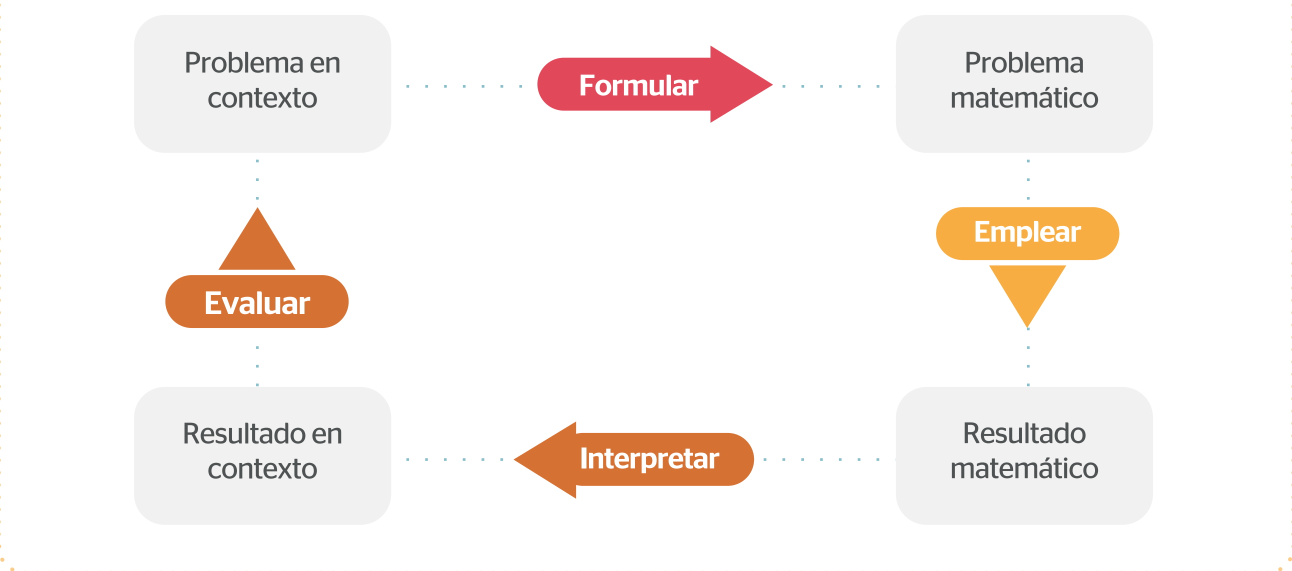
Habilidad para presentar argumentos de manera convincente y llegar a conclusiones válidas.

Formular	Emplear	Interpretar/evaluar
Habilidad para reconocer oportunidades de usar las matemáticas y proveer un modelo o estructura a un problema contextualizado.	Habilidad para usar conceptos, datos, procedimientos y razonamientos con la finalidad de obtener resultados matemáticos.	Habilidad para reflexionar sobre los resultados matemáticos e interpretarlos en el contexto de un problema.

¿En qué consiste el ciclo de resolución de problemas?

El ciclo de resolución de problemas es un aspecto central del marco teórico de PISA. Este ciclo explica los procesos por los que idealmente transita una persona al resolver un problema contextualizado. La Figura 1 muestra el esquema de este ciclo.

Figura 1. *El ciclo de resolución de problemas*

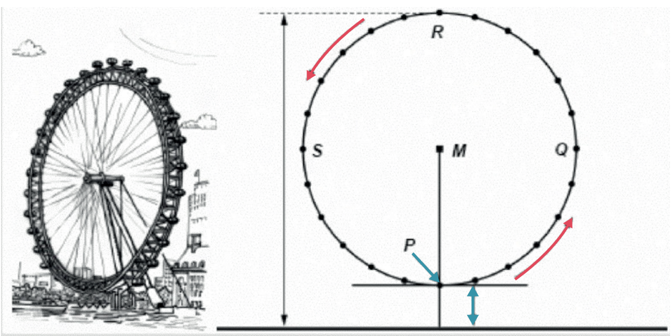


Fuente: OECD (2013)

A continuación, se muestra una situación problemática y se explica su solución con la finalidad de ejemplificar cada proceso del ciclo de resolución de problemas.

La rueda de la fortuna

Una gigante rueda de la fortuna se encuentra al lado del río. Mira la imagen y el diagrama presentados a continuación.



La rueda de la fortuna tiene un diámetro exterior de 140 metros, y su punto más alto está a 150 metros por encima y a un lado del cauce del río Támesis. Esta gira en el sentido indicado por las flechas.

La rueda de la fortuna gira a una velocidad constante. La rueda da una vuelta completa en exactamente 40 minutos.

Juan comienza su paseo en la rueda de la fortuna en el embarque P. ¿Dónde estará Juan después de media hora?

- a) En R.
- b) Entre R y S.
- c) En S.
- d) Entre S y P.

Formular

Decide qué aspectos de la matemática son necesarios para plantear el problema.

Se parte de una situación real y se busca establecer una relación entre los datos y las condiciones del problema. En este caso, para plantear el problema, se puede establecer una **relación proporcional** entre el tiempo que demora la rueda en dar una vuelta completa (40 minutos) y, por ejemplo, la cantidad de espacios de la rueda (24).

Emplear

Emplea datos, procedimientos y razonamientos para llegar a conclusiones matemáticas.

En esta etapa, se pueden emplear diversas estrategias. Por ejemplo, el estudiante puede comparar el tiempo y los espacios recorridos en la rueda, y determinar razones iguales entre estas magnitudes.

	40 minutos	24 espacios	
÷ 4			÷ 4
	10 minutos	6 espacios	
x 3			x 3
	30 minutos	18 espacios	

Interpretar

Interpreta los resultados matemáticos en el contexto dado.

Entonces, en esta situación, la rueda demora 30 minutos en recorrer 18 espacios desde el punto P en el sentido que indica la flecha. De P a S, hay 18 espacios. Por lo tanto, Juan estará en el punto S después de media hora.

Evaluar

Reflexiona si los resultados son razonables y tienen sentido en el contexto dado.

Como 20 minutos representa la mitad del recorrido de la rueda (de P a R) y 40 minutos representa la vuelta completa (volver al punto P), tiene sentido que, en 30 minutos, Juan termine ubicado entre los puntos R y P.

En una situación real, el estudiante puede transitar entre diferentes procesos del ciclo de resolución de problemas, retomando o revisando decisiones y supuestos previos.

¿Qué aspectos del contexto social actual ha incorporado PISA en su marco de evaluación?

De acuerdo con la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OECD, por sus siglas en inglés) (2023a), el marco de evaluación de PISA 2022 considera que algunos cambios sociales a gran escala (Figura 2) generan la necesidad de replantear lo que significa ser matemáticamente competente.

Figura 2. *Cambios sociales a gran escala*

Digitalización y nuevas tecnologías

- Uso de tecnología digital en los modelos actuales de negocios.
- Uso de comercio electrónico.

Toma de decisiones personales sobre la base de evidencia

- Elección de una carrera profesional u otros aspectos relacionados con la educación.
- Elección de un tratamiento a seguir u otros aspectos de salud.

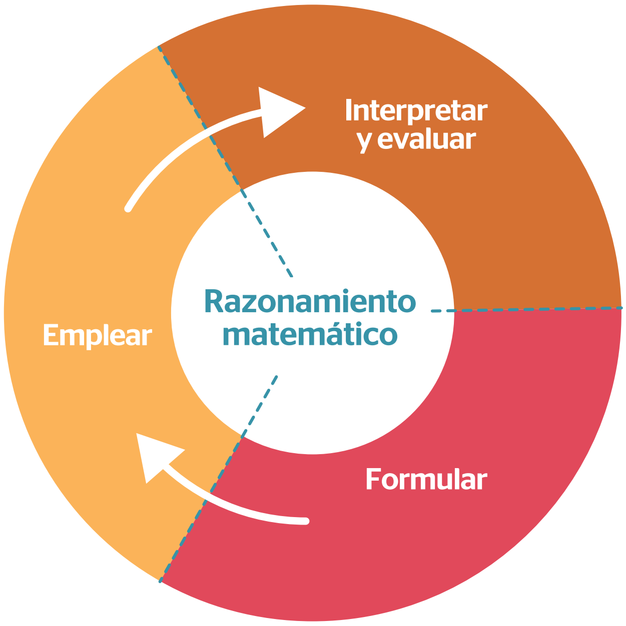
Economía globalizada

- Respuesta de diferentes actores frente a ciertos cambios que afectan el flujo de bienes y servicios entre países.
- Respuesta de diferentes actores frente a fluctuaciones grandes que pueden conducir a crisis económicas globales.

Estos aspectos de la sociedad actual implican que, para ser matemáticamente competente, es más importante el uso del razonamiento matemático en diversas situaciones, y son menos importantes la memorización de conceptos y la reproducción de procedimientos rutinarios. Es decir, pensar matemáticamente implica resolver problemas de la vida real cada vez más complejos en una variedad de contextos del siglo XXI.

Frente a los cambios mencionados, la definición de la competencia matemática en PISA 2022 enfatiza el razonamiento como un proceso central y transversal en el ciclo de resolución de problemas. Esta relación se representa en la Figura 3.

Figura 3. *Relación entre el razonamiento matemático y el ciclo de resolución de problemas*



Fuente: OECD (2023a)

En el proceso de **formular** una situación en términos matemáticos, mediante un modelo o estructura matemática, se realiza una transformación que se sustenta en un razonamiento matemático. Luego, en el proceso de **emplear**, se evidencia el razonamiento al seleccionar datos, aplicar procedimientos adecuados y definir su orden de aplicación para obtener un resultado matemático. Finalmente, **evaluar** el resultado matemático e **interpretarlo** en el contexto dado también implican un nivel de razonamiento.

De acuerdo con PISA, el **razonamiento matemático** involucra los siguientes aspectos esenciales:

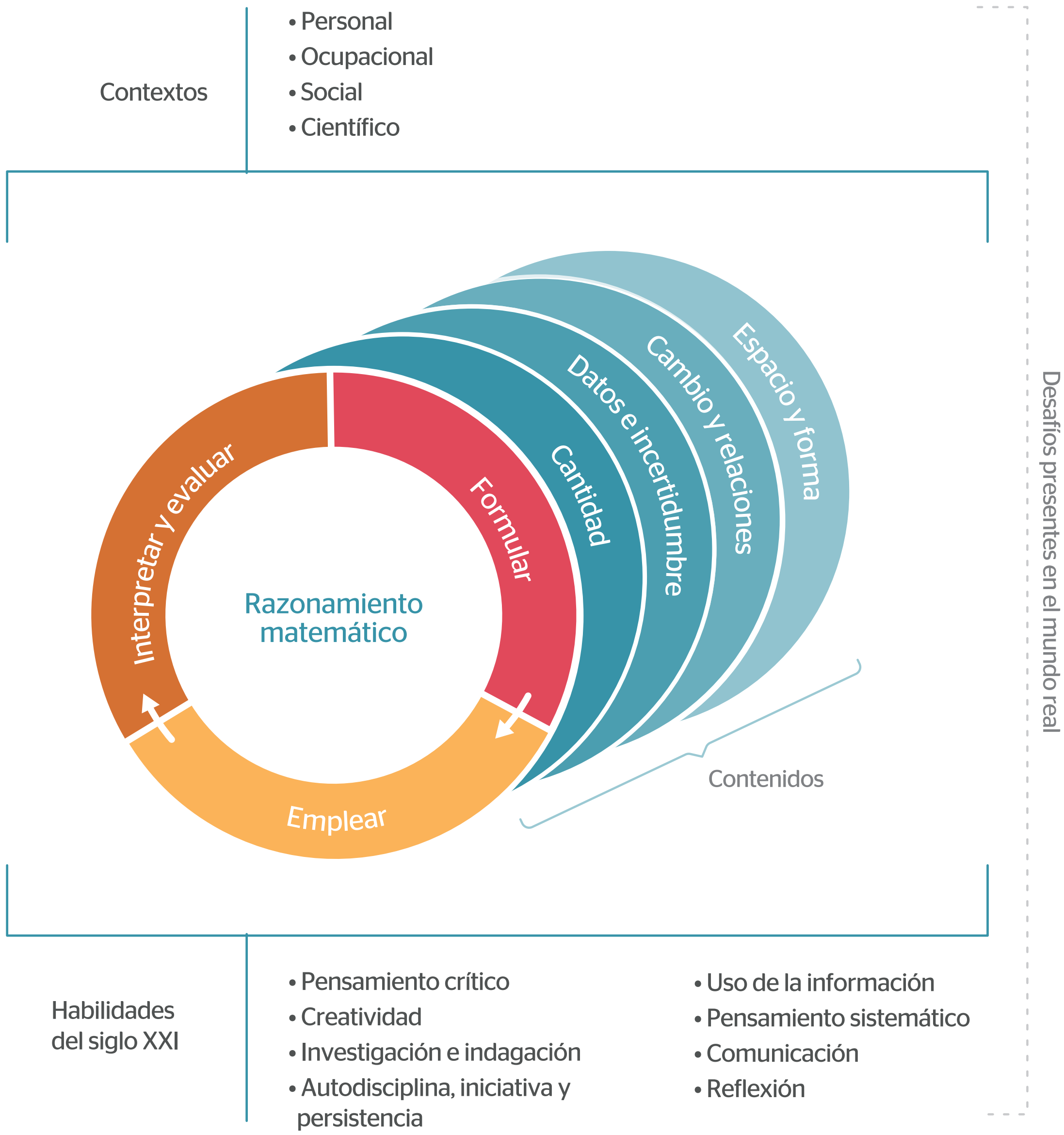
- Comprender cantidades, sistemas numéricos y sus propiedades algebraicas.
- Apreciar el poder de la abstracción y la representación simbólica.
- Reconocer estructuras matemáticas y sus regularidades.
- Reconocer relaciones funcionales entre cantidades.
- Utilizar modelos matemáticos como lente del mundo real (por ejemplo, los que surgen en las ciencias físicas, biológicas, sociales, económicas y del comportamiento).
- Entender la variación* como el corazón de la estadística.

A pesar de que el **razonamiento matemático** y los procesos del ciclo de resolución de problemas se traslapan, hay un aspecto del razonamiento que va más allá. Este implica también elaborar argumentos, evaluar interpretaciones y realizar inferencias relacionadas con afirmaciones o soluciones que, por su naturaleza cuantitativa, son mejor entendidas matemáticamente. Esto se ejemplifica más adelante.

*PISA resalta la variabilidad que caracteriza al mundo que nos rodea. Tanto los seres vivos como los no vivos varían en muchas de sus características. Sin embargo, gran cantidad de personas suele afrontar este tipo de situaciones ignorando la variación. Como resultado, realizan generalizaciones que son, a menudo, engañosas, cuando no erróneas, y, por tanto, muy peligrosas.

La Figura 4 muestra la relación entre el ciclo de resolución de problemas y los componentes del marco de evaluación: contexto, contenidos y habilidades. El contexto brinda la base sobre la que se desarrolla el problema como escenario a abordar. Por su parte, los contenidos matemáticos son el soporte de conocimientos involucrados en la situación planteada. Por último, el ejercicio de la competencia permite el desarrollo de las habilidades del siglo XXI.

Figura 4. *Relación entre el razonamiento matemático, el ciclo de resolución de problemas, los contenidos matemáticos, los contextos y las habilidades del siglo XXI*



Fuente: OECD (2023a)

¿Qué relación hay entre el marco de evaluación de PISA 2022 y el Currículo Nacional de la Educación Básica (CNEB)?

Es necesario recordar que el objetivo de PISA no es realizar una evaluación curricular, sino conocer en qué medida los estudiantes evaluados, próximos a culminar su educación obligatoria, son capaces de responder a situaciones reales y actuales que involucran las matemáticas. Por otro lado, cada país tiene su propia concepción de lo que significa ser matemáticamente competente y eso se refleja en sus documentos curriculares. En el caso del Perú, los documentos de referencia son el CNEB y los programas curriculares.

A continuación, se señalan algunos aspectos en los que se puede establecer una relación entre el marco teórico de PISA y el CNEB.

- PISA señala que hay cuatro contenidos que reflejan los fenómenos matemáticos involucrados en una variedad de problemas, en la estructura general de las matemáticas y en las principales líneas de los planes curriculares típicos. En ese mismo sentido, para el CNEB, toda actividad matemática tiene como escenario la resolución de problemas, que se plantea a partir de cuatro tipos de situaciones.

Tabla 1. *Denominación de los contenidos de PISA y las situaciones del CNEB*

Contenidos de PISA	Situaciones matemáticas del CNEB
Cantidad	Cantidad
Cambio y relaciones	Regularidad, equivalencia y cambio
Espacio y forma	Forma, movimiento y localización
Datos e incertidumbre	Gestión de datos e incertidumbre

- Para PISA, los **procesos** son etapas del ciclo de resolución de problemas en las que se destacan ciertas habilidades. Por su parte, para el CNEB, las **capacidades** son recursos para actuar de manera competente ante una situación determinada. Aunque no hay una correspondencia exacta entre los procesos de PISA y las capacidades del CNEB, es posible encontrar similitudes entre algunas actividades que los caracterizan, como se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2. *Similitudes entre los procesos de PISA y las capacidades del CNEB*

Procesos de PISA 2022		Capacidades del CNEB	
Formular	Seleccionar un modelo apropiado. Reconocer una estructura matemática en problemas o situaciones.	**Traduce**	Transformar las relaciones entre los datos y condiciones de un problema a una expresión numérica o algebraica (modelo).
Emplear	Aplicar conceptos, datos, procedimientos y razonamientos formulados matemáticamente. Seleccionar una estrategia adecuada. Aplicar reglas y algoritmos.	**Usa estrategias**	Seleccionar, adaptar, combinar o crear una variedad de estrategias, propiedades y procedimientos.
Interpretar/ evaluar	Interpretar resultados matemáticos en una variedad de formatos y contextos.	**Comunica**	Interpretar y expresar información que presente diversos contenidos y variedad de representaciones.
Razonar	Proporcionar justificaciones de los procesos y procedimientos utilizados para determinar un resultado o solución matemática. Reflexionar sobre soluciones matemáticas y crear explicaciones y argumentos que respalden, refuten o califiquen una solución matemática en un problema contextualizado.	**Argumenta**	Elaborar afirmaciones sobre las posibles relaciones entre los diferentes elementos de los contenidos matemáticos y sus propiedades. Explicar afirmaciones con analogías, y justificarlas, validarlas o refutarlas con ejemplos y contraejemplos. Tomar decisiones, hacer predicciones o elaborar conclusiones y sustentarlas sobre la base de la información obtenida.

Fuentes: OECD (2023a) y Ministerio de Educación del Perú (Minedu) (2016)

El CNEB señala que "toda actividad matemática tiene como escenario la resolución de problemas planteados a partir de situaciones, las cuales se conciben como acontecimientos significativos que se dan en diversos contextos" (Minedu, 2017, p. 232). Es decir, el CNEB menciona el contexto de manera general, mientras que PISA clasifica los contextos de la siguiente manera:

- **Personales:** se enfocan en actividades propias, de la familia o de grupo de amigos. Por ejemplo: preparación de alimentos, compras, juegos, deportes, viajes, finanzas personales, entre otros.

- **Ocupacionales:** se enfocan en actividades asociadas al mundo del trabajo. Por ejemplo: medir, calcular costos, programar, manejar un inventario, diseñar, pedir materiales de construcción y tomar decisiones relacionadas con el trabajo.

- **Sociales:** se enfocan en aspectos de la comunidad (local, nacional o global). Por ejemplo: sistemas de votación, transporte público, estadística nacional, demografía, economía, entre otros.

- **Científicos:** se enfocan en la aplicación de las matemáticas en la ciencia y la tecnología. Por ejemplo: clima, genética, medicina, y el mundo propio de las matemáticas.

II. Situaciones que promueven cada proceso del ciclo de resolución de problemas

De acuerdo con la OECD (2013), por lo general, no es necesario involucrarse en todos los procesos del ciclo de resolución de problemas, particularmente en un contexto de evaluación. Por ello, algunas situaciones priorizan unos procesos por sobre otros. A continuación, se muestran algunos ejemplos.

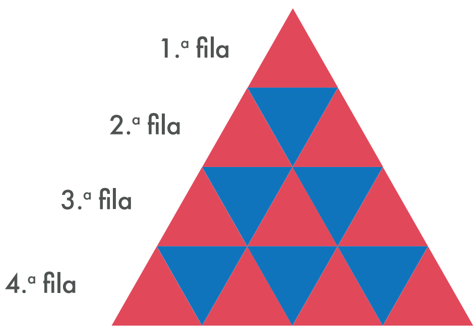
Ejemplo de situación que prioriza el proceso de **formular**

Situación

Figura con un patrón de triángulos

Álex ha dibujado una figura con un patrón de triángulos rojos y azules.

Las primeras cuatro filas del patrón se muestran a continuación.



Si Álex añadiese una quinta fila a su figura, ¿cuál sería el porcentaje de triángulos azules en esas cinco filas?

a) 40,0 %
b) 50,0 %
c) 60,0 %
d) 66,7 %

Ficha técnica

Código del ítem	CM150Q02
Contenido	Cambio y relaciones
Proceso	Formular
Contexto	Científico
Formato de ítem	Opción múltiple
Respuesta	a) 40,0 %
Nivel de dificultad	Nivel 2

Relación con el CNEB

Competencia	Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.
Capacidad	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.

Formular implica decidir qué aspectos de la matemática son necesarios para plantear el problema.

Análisis de la situación problemática

Aunque esta situación requiere que los estudiantes determinen el porcentaje de triángulos azules respecto del total de triángulos en la figura, el énfasis está en el reconocimiento de la regularidad en el patrón, ya que la quinta fila no se muestra. Por lo tanto, los estudiantes deben reconocer que, para resolver el problema, tienen que extender el patrón en una fila más para después encontrar la cantidad de triángulos azules (10) y el total de triángulos (25). Luego, deben relacionar adecuadamente estos valores para calcular el porcentaje de triángulos azules en la figura.

Ejemplo de situación que prioriza el proceso de **emplear**

Situación

Sistema solar

La siguiente tabla muestra la distancia promedio entre el Sol y los planetas en unidades astronómicas (ua). 1 ua equivale aproximadamente a 150 millones de kilómetros.

Planeta	Distancia promedio al Sol (en ua)
Mercurio	0,39
Venus	0,72
Tierra	1,00
Marte	1,52
Júpiter	5,20
Saturno	9,58
Urano	19,20
Neptuno	30,05

En promedio, ¿a cuántos millones de kilómetros del Sol se encuentra aproximadamente el planeta Neptuno?

a) A 5 millones de km.
b) A 30 millones de km.
c) A 180 millones de km.
~~d)~~ A 4500 millones de km.

Ficha técnica

Código del ítem	CMA123Q02
Contenido	Cantidad
Proceso	Emplear
Contexto	Científico
Formato de ítem	Opción múltiple
Respuesta	d) A 4500 millones de km.
Nivel de dificultad	Nivel 2

Relación con el CNEB

Competencia	Resuelve problemas de cantidad.
Capacidad	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.

Emplear implica usar datos, procedimientos y razonamientos para llegar a conclusiones matemáticas.

Análisis de la situación problemática

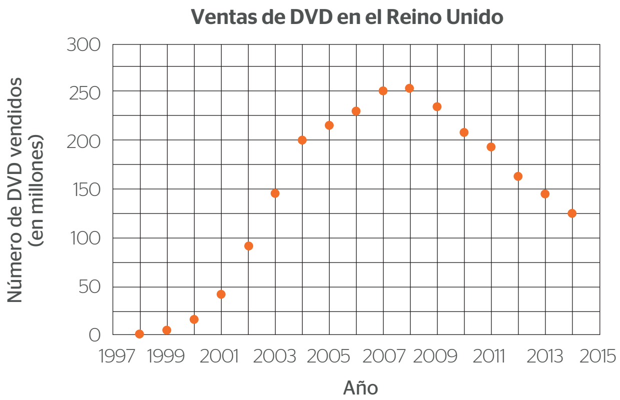
Esta situación requiere que el estudiante determine, aproximadamente, a cuántos kilómetros del Sol se encuentra Neptuno. Esto involucra realizar una conversión entre unidades astronómicas (ua) y millones de kilómetros. Para resolver la situación, los estudiantes pueden aplicar alguna estrategia. Por ejemplo, pueden relacionar proporcionalmente las cantidades dadas partiendo de que 1 ua es, aproximadamente, 150 millones de kilómetros y de que, en la tabla, se indica que la distancia promedio de Neptuno a la Tierra es 30,05 ua. Entonces, si 1 ua es 150 millones de kilómetros, 10 ua son, aproximadamente, 1500 millones de kilómetros. Al triplicar esta relación, tenemos que 30 ua son, aproximadamente, 4500 millones de kilómetros. Otra estrategia posible consiste en aplicar un algoritmo de la multiplicación. El producto de 30,05 ua y 150 millones de kilómetros resulta 4507,5 millones de kilómetros. Esta cantidad se redondea a 4500 millones de kilómetros.

Ejemplo de situación que prioriza el proceso de **interpretar/ evaluar**

Situación

Ventas de DVD

En el siguiente gráfico, se muestra el número total de DVD vendidos cada año en el Reino Unido entre 1998 y 2014. Sitúa el cursor encima de los puntos del gráfico para ver las coordenadas de cada punto.

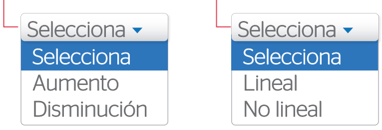


Desde 1998, ha habido una serie de cambios en las tendencias con respecto al número de DVD vendidos.

¿Qué tendencias en las ventas y modelos matemáticos se ajustan **mejor** a estos datos para los periodos 1998-2004 y 2005-2007?

Completa la tabla seleccionando tus respuestas en los menús desplegables. La última fila se ha completado a modo de ejemplo.

Años	Tendencia en las ventas	Modelo matemático
1998-2004	Selecciona ▾	Selecciona ▾
2005-2007	Selecciona ▾	Selecciona ▾
2008-2014	Disminución	Lineal



Ficha técnica

Código del ítem	CMA106Q03
Contenido	Cambio y relaciones
Proceso	Interpretar/evaluar
Contexto	Social
Formato de ítem	Opción múltiple combinada
Respuesta	Crédito completo: 1998–2004: Aumento – No lineal 2005-2007: Aumento – Lineal Crédito parcial: Correcto solo para uno de los periodos. Sin crédito: Otras respuestas.
Nivel de dificultad	Nivel 3 (crédito completo) Nivel 1a (crédito parcial)

Relación con el CNEB

Competencia	Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.
Capacidad	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.

Nota: la plataforma digital de la prueba PISA muestra un carácter dinámico en situaciones que presentan formatos como el que se observa en esta situación mediante una lista desplegable de opciones de respuesta.

Interpretar/evaluar implica reflexionar sobre los resultados matemáticos y darles sentido en el contexto de un problema.

Análisis de la situación problemática

En esta situación, se proporciona una tabla dividida en pequeños periodos de tiempo. Su propósito es que los estudiantes identifiquen los tipos de tendencias en las ventas (aumento o disminución) y el tipo de modelo matemático (lineal o no lineal) que representa mejor los datos en los periodos especificados. Al identificar el modelo adecuado, el estudiante demuestra su habilidad para identificar relaciones entre dos magnitudes, como el número de DVD vendidos en relación con los periodos planteados. Asimismo, demuestra su habilidad para diferenciar entre datos que pueden ser razonablemente bien modelados usando modelos lineales (periodo 2005-2007) de aquellos cuyo comportamiento es opuesto (periodo 1998-2004).

¿Cómo se realiza la codificación de respuestas abiertas o de opción múltiple combinada?

PISA clasifica este tipo de respuestas en tres categorías según el grado de habilidad demostrado por el estudiante al resolverla.

- Se otorga el crédito completo cuando la respuesta evidencia la comprensión de la situación y el uso de las habilidades y conocimientos esperados para resolverla.
- Se otorga el crédito parcial cuando la respuesta del estudiante evidencia una comprensión parcial de la situación y algunas habilidades y conocimientos esperados para resolverla.
- Se considera a la respuesta sin crédito cuando esta no cumple con los criterios de los créditos completo o parcial.

En situaciones que requieren respuestas abiertas extensas, un grupo de expertos se encarga de clasificar las respuestas a partir de criterios de codificación que son particulares para cada tipo de situación y que han sido consensuados previamente.

Ejemplo de situación que prioriza el proceso de **razonar**

Situación

Camión de mudanza

Una empresa de alquiler de camiones ha indicado que uno de sus camiones, el camión A, solo se puede llenar utilizando cajas de tamaño mediano para aprovechar así todo el espacio del compartimento de carga.

A continuación, se presentan las dimensiones del camión A y de las cajas con las que cuenta la empresa.

Dimensiones interiores del compartimento de carga

Tamaño del camión	Largo	Ancho	Alto
A	4 metros	2 metros	2 metros

Dimensiones de las cajas

Tamaño de la caja	Largo	Ancho	Alto
Mediano	0,5 metros	0,5 metros	0,5 metros
Grande	0,5 metros	0,5 metros	0,75 metros

María afirma que una caja de tamaño mediano ocupa $\frac{2}{3}$ del espacio de una caja grande, por lo que llega a la conclusión de que el número de cajas grandes para llenar el camión A equivale a $\frac{2}{3}$ del número de cajas de tamaño mediano.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre la conclusión de María es verdadera?

a) María tiene razón porque la altura de una caja de tamaño mediano equivale a $\frac{2}{3}$ de la altura de una caja grande.

b) María tiene razón porque 3 cajas medianas pueden entrar siempre en el mismo espacio que ocupan 2 cajas grandes.

c) María no tiene razón porque ninguna de las dimensiones interiores del compartimento de la carga del camión A es múltiplo de 0,75, que es la altura de una caja grande.

d) María no tiene razón porque la altura de una caja grande equivale a 1,5 veces la altura de una caja mediana.

Ficha técnica

Código del ítem	CMA118Q02
Contenido	Espacio y forma
Proceso	Razonar
Contexto	Personal
Formato de ítem	Opción múltiple
Respuesta	María no tiene razón porque ninguna de las dimensiones interiores del compartimento de carga del camión A es múltiplo de 0,75, que es la altura de una caja grande.
Nivel de dificultad	Nivel 6

Relación con el CNEB

Competencia	Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.
Capacidad	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

Razonar matemáticamente implica presentar argumentos de manera convincente, realizar inferencias relacionadas con afirmaciones y llegar a conclusiones válidas.

Análisis de la situación problemática

En esta situación, se proporcionan datos para analizar la afirmación de María.

- La expresión "una caja de tamaño mediano ocupa $\frac{2}{3}$ del espacio de una caja grande" hace referencia a la comparación del volumen de ambas cajas. A partir de los datos presentados, se puede indicar el volumen de las cajas considerando sus dimensiones.

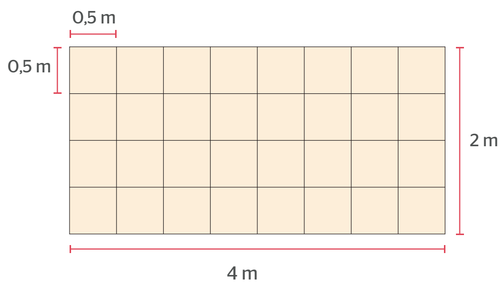
  Volumen de la caja = largo x ancho x alto

  Volumen de la caja mediana = 0,5 × 0,5 × 0,5   Volumen de la caja grande = 0,5 × 0,5 × 0,75

  Como se puede observar, el largo y el ancho de ambas cajas tienen la misma medida. Solo se diferencian en su altura. Por lo tanto, para que la caja mediana ocupe $\frac{2}{3}$ del espacio de la caja grande, la altura de la caja mediana ($0{,}5 = \frac{1}{2}$) debe ser $\frac{2}{3}$ de la altura de la caja grande ($0{,}75 = \frac{3}{4}$). En efecto, vemos que $\frac{1}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$. En consecuencia, esta afirmación es correcta.

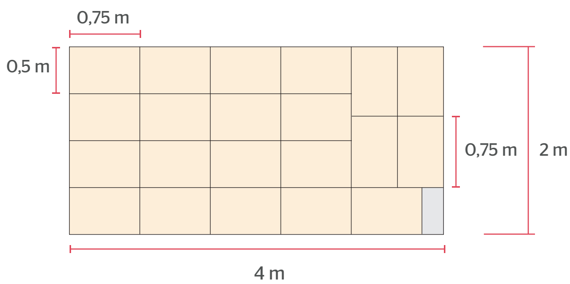
- La expresión "el número de cajas grandes para llenar el camión A equivale a $\frac{2}{3}$ del número de cajas de tamaño mediano" hace referencia a la comparación de la capacidad del camión usando un tipo de cajas o el otro. Considerando la necesidad de aprovechar todo el espacio del compartimento de carga del camión, las dimensiones de cada tipo de caja y las dimensiones del compartimento, se tiene lo siguiente:

Vista superior de la distribución máxima de cajas medianas en el compartimento del camión



Tomando en cuenta la altura del camión (2 m) y las cajas medianas (0,5 m), se tienen 4 niveles. En cada nivel, entran 32 cajas medianas. Por lo tanto, como máximo, pueden entrar 128 cajas medianas en el compartimento.

Vista superior de la distribución máxima de cajas grandes en el compartimento del camión



Tomando en cuenta la posición de las cajas que muestra la imagen, la altura del camión (2 m) y la altura de las cajas grandes (0,5 m), se tienen 4 niveles. En cada nivel, entran 21 cajas grandes. Por lo tanto, como máximo, pueden entrar 84 cajas medianas en el compartimento.

A partir de esta información, si dividimos la cantidad de cajas grandes (84) entre la cantidad de cajas medianas (128), obtendremos aproximadamente 0,65, un valor cercano, pero menor a $\frac{2}{3}$ (0,66).

Por lo tanto, María no tiene razón porque la cantidad de cajas grandes no corresponde a los $\frac{2}{3}$ de las cajas medianas.

III. La importancia de promover el pensamiento computacional como parte de la competencia matemática

La OECD (2023a) señala que el incremento en el uso de computadoras y herramientas digitales en el día a día refleja la necesidad de que los estudiantes demuestren habilidades computacionales mientras usan las matemáticas como parte de su práctica de resolución de problemas.

Según la OECD (2023a), las habilidades de pensamiento computacional incluyen las siguientes:

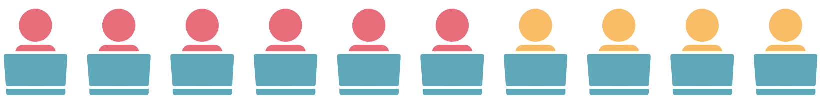
- Reconocer patrones y regularidades.
- Realizar descomposiciones y generalizaciones.
- Diseñar y usar herramientas dinámicas que permitan materializar nociones abstractas.
- Determinar qué herramienta computacional (si la hubiera) se puede emplear para analizar o resolver un problema.
- Definir algoritmos como parte de una solución detallada.

Es importante señalar que las habilidades de pensamiento computacional favorecen el uso de otras estrategias heurísticas, aportan al desarrollo del pensamiento abstracto y la metacognición, brindan oportunidades para realizar ensayos de prueba y error, y contribuyen a la flexibilidad de pensamiento y a la capacidad de considerar y de evaluar múltiples formas de resolución.

La Figura 5 muestra los principales resultados obtenidos en un estudio realizado en 29 países de la OECD entre 2012 y 2015 con el fin de describir en cifras las habilidades que tienen las personas para asumir los desafíos de nuevos trabajos.

Figura 5. *Habilidades digitales para los nuevos trabajos*

Muchas personas no tienen las habilidades adecuadas para los nuevos trabajos.



6 de cada 10 adultos carecen de habilidades digitales básicas o de **experiencia en computación.**

Fuente: OECD (2019)

Esta información se complementa con un último estudio realizado por la OECD (2023b) según el cual las perspectivas de empleo muestran que el desarrollo de la inteligencia artificial (IA) tendrá un profundo impacto en el mercado laboral en términos de cómo se organizará el trabajo, el tipo de tareas que los trabajadores desempeñarán y, por lo tanto, el tipo de habilidades que necesitarán. Según esta investigación, el desarrollo de la IA promoverá la demanda de habilidades para desarrollar sistemas (por ejemplo, el manejo de lenguajes de programación y software) y de habilidades para utilizar aplicaciones (por ejemplo, las habilidades computacionales).

Por eso, el sistema educativo debe atender a estas perspectivas con el fin de asegurar que se brinden las condiciones necesarias para promover el desarrollo de habilidades de pensamiento computacional. De ese modo, los estudiantes podrán experimentar un uso actualizado de las matemáticas en el mundo contemporáneo y estarán mejor preparados para afrontar futuros desafíos profesionales.

Ejemplos de situaciones que promueven el pensamiento computacional

En la evaluación PISA 2022, se han incluido situaciones que contienen herramientas dinámicas, como hojas de cálculo o simuladores, con la finalidad de evaluar la competencia matemática mediante la movilización de habilidades de pensamiento computacional.

A continuación, se muestran algunos ejemplos de preguntas de PISA 2022 en los que se observa el entorno digital que se presentó en la prueba y un link que permite interactuar con la pregunta tal como se aplicó a los estudiantes.

Estímulo con hoja de cálculo dinámica

Superficie forestal

En la hoja de cálculo que aparece a continuación, se indica la extensión de la superficie forestal de 15 países, expresada como porcentaje de la superficie total de su territorio. Los datos que se muestran corresponden a los años 2005, 2010 y 2015.

Columna A	Columna B	Columna C	Columna D	Columna E	Columna F	Columna G
País	**2005**	**2010**	**2015**	X	X	X
Alemania	32,66	32,73	32,76			
Argelia	0,64	0,81	0,82			
Armenia	11,77	11,74	11,77			
Colombia	54,25	52,85	52,73			
Corea del Sur	64,42	64,08	63,69			
Estados Unidos	33,26	33,70	33,85			
Grecia	29,11	30,28	31,45			
India	22,77	23,47	23,77			
Kazajistán	1,24	1,23	1,23			
Líbano	13,34	13,38	13,42			
Panamá	64,33	63,21	62,11			
Perú	59,01	58,45	57,79			
Portugal	36,52	35,89	35,25			
Senegal	45,05	44,01	42,97			
Tailandia	31,51	31,81	32,10			
Promedio						

Operación

Columna | Operación | Columna | Ejecutar

Promedio

Columna | Ejecutar | Borrar todo

Se puede interactuar con esta hoja de cálculo en el siguiente link:

https://bit.ly/pisa-superficie-forestal

Situación

Observa los periodos de tiempo de 2005 a 2010 y de 2010 a 2015.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones describe correctamente el cambio del promedio del porcentaje de la superficie forestal durante ambos periodos?

ⓐ El cambio del promedio fue positivo durante ambos periodos.

ⓑ El cambio del promedio fue negativo durante ambos periodos.

ⓒ El cambio del promedio fue igual durante ambos periodos.

ⓓ El cambio del promedio fue positivo durante un periodo y negativo durante el otro.

Ficha técnica

Código del ítem	CMA161Q02
Contenido	Datos e incertidumbre
Proceso	Interpretar/evaluar
Contexto	Social
Formato de ítem	Opción múltiple
Respuesta	El cambio del promedio fue negativo durante ambos periodos.
Nivel de dificultad	Nivel 5

Relación con el CNEB

Competencia	Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.
Capacidad	Sustenta conclusiones o decisiones sobre la base de la información obtenida.

Para seguir el análisis, es necesario ingresar a la hoja de cálculo (ver link anterior) y explorar su funcionalidad.

Análisis de la situación problemática

Los estudiantes deben evaluar cuál de las afirmaciones describe correctamente el cambio promedio del porcentaje de área forestal entre dos periodos: de 2005 a 2010 y de 2010 a 2015.

Una solución posible es usar el botón “Promedio” en la hoja de cálculo para determinar el promedio en las columnas B, C y D. Los resultados mostrarán que el promedio de superficie forestal disminuyó de 33,33 a 33,18 puntos porcentuales en el primer periodo y de 33,18 a 33,05 puntos porcentuales en el segundo periodo. Otra posible solución consiste en restar a la columna C los valores de la columna B y observar estos resultados en la columna E; luego, restar a la columna D los valores de la columna C y observar estos resultados en la columna F; después, utilizar el botón "Promedio" para obtener los valores de las columnas E y F; y, finalmente, reconocer que los valores -0,15 y -0,13 implican disminución en los cambios de promedio en ambos periodos.

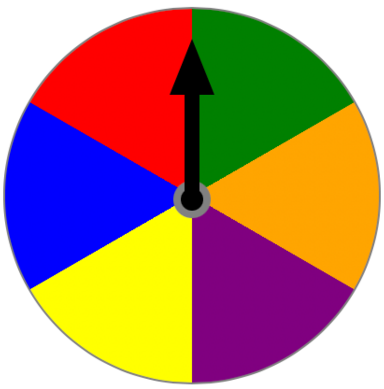
En la resolución de esta tarea, se hace uso de la hoja de cálculo no solo para facilitar la ejecución de operaciones que, hechas a mano, podrían resultar tediosas e incurrir en errores, sino también para interpretar información y establecer inferencias válidas en una situación determinada.

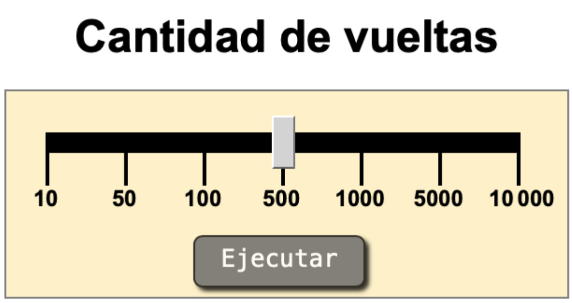
Estímulo con simulador

Ruleta

Pedro encuentra una página web que simula el funcionamiento de una ruleta. Esta ruleta, que se muestra a continuación, está dividida en seis secciones del mismo tamaño, cada una de un color diferente.

Cuando se ejecuta la simulación, cada celda de la tabla muestra el número de veces en que la flecha se ha detenido en cada color según el número de vueltas seleccionado para la ruleta. Además, en cada celda, aparece entre paréntesis el porcentaje de veces en que la flecha se ha detenido en cada color.





Número de vueltas	Verde	Naranja	Morado	Amarillo	Azul	Rojo

Se puede interactuar con esta hoja de cálculo en el siguiente link:

https://bit.ly/pisa-ruleta

Situación

La probabilidad teórica de que la flecha se detenga en cualquiera de los seis colores de la ruleta es $\frac{1}{6}$.

A medida que aumenta el número de vueltas, ¿cómo evoluciona respecto de la probabilidad teórica el porcentaje de veces en que la flecha se detiene en cada color?

Justifica tu respuesta.

Ficha técnica

Código del ítem	CMA159Q02
Contenido	Datos e incertidumbre
Proceso	Interpretar/evaluar
Contexto	Científico
Formato de ítem	Respuesta abierta
Respuesta	Ver rúbrica
Nivel de dificultad	Nivel 5

Relación con el CNEB

Competencia	Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.
Capacidad	Sustenta conclusiones o decisiones sobre la base de la información obtenida.

Rúbrica

Crédito completo	La respuesta del estudiante aborda la idea de que, si el número de vueltas aumenta, el porcentaje señalado se aproxima más a la probabilidad teórica. Por ejemplo: • Cuando el número de vueltas aumenta, los porcentajes se aproximan cada vez más a $\frac{1}{6}$ (es decir, a 16,67 %) para cada color. • Si se eligen 10 000 vueltas en el simulador, los porcentajes varían entre 16 % y 17 %, lo cual se aproxima a la probabilidad teórica de 16,67 %. (Los valores aceptados para la probabilidad teórica están entre 16 % y 17 %).
Crédito parcial	La respuesta del estudiante aborda la idea de que, si el número de vueltas aumenta, el porcentaje de veces en que la flecha se detiene en cada color es aproximadamente el mismo. O bien su respuesta incluye una explicación aceptable basada en una probabilidad teórica incorrecta. Por ejemplo: • Cuando el número de vueltas aumenta, los porcentajes se aproximan entre sí. • Todos están alrededor de 16 % o 17 %. (La palabra "todos" se refiere al porcentaje de veces en que la flecha se ha detenido en cada color. En esta respuesta, falta una comparación de esos valores con la probabilidad teórica). • Cuando el número de vueltas aumenta, los porcentajes se aproximan cada vez más a 15 para cada color.
Sin crédito	Otras respuestas.

Para seguir el análisis, es necesario ingresar al simulador (ver link anterior) y explorar su funcionalidad.

Análisis de la situación problemática

Los estudiantes deben comparar el porcentaje de veces en que la flecha se detiene en cada color con la probabilidad teórica según aumente el número de vueltas de la ruleta. Esto implica que, para encontrar la regularidad, los estudiantes deben manipular estratégicamente los valores del simulador en orden creciente respecto del número de vueltas de la ruleta. Al hacer esto, ellos pueden reconocer que, según aumenta el número de vueltas, el porcentaje de veces en que la flecha se detiene en un determinado color se va estabilizando (entre 16 % y 17 %) y, además, tiende a acercarse al valor teórico de la probabilidad, que es $\frac{1}{6}$ (16,67 %).

En esta situación, el uso del simulador permite realizar varias repeticiones de un mismo experimento para elaborar conjeturas sobre la probabilidad de ocurrencia de los eventos mencionados con el objetivo de validarlas y elaborar conclusiones adecuadas.

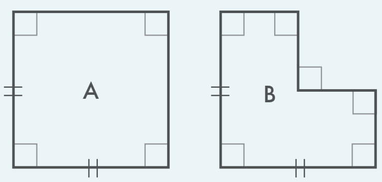
IV. Recursos para promover el pensamiento computacional y el razonamiento en el aula

Existen diversos recursos que favorecen el desarrollo del pensamiento computacional y el razonamiento matemático.

La OECD (2018a) publicó algunos ejemplos de situaciones que promueven el razonamiento matemático. Uno de ellos se presenta a continuación.

Siempre, a veces, nunca

Indica si cada afirmación es siempre verdadera, a veces verdadera o nunca verdadera.

Afirmación	Siempre verdadera	A veces verdadera	Nunca verdadera
Cuando un número entero es multiplicado por sí mismo, la respuesta es par.	○	○	○
Duplicar un número entero produce un número par.	○	○	○
Dividir en dos un número entero impar produce un número entero.	○	○	○
$3x+1=\frac{6x+2}{2}$	○	○	○
 El perímetro de la figura A es mayor que el perímetro de la figura B.	○	○	○
Si una moneda se lanza 50 veces, caerá cara 25 veces.	○	○	○

Para resolver esta situación, se requiere evaluar cada afirmación y analizar ejemplos a manera de casos particulares que permitan generalizar y responder usando los cuantificadores "Siempre verdadera", "A veces verdadera" o "Nunca verdadera".

La situación se presenta en un contexto intramatemático y enriquece el trabajo en aula, ya que permite la movilización de diferentes capacidades y conocimientos, como se describe a continuación.

La primera afirmación está asociada a la competencia “Resuelve problemas de cantidad” y a la capacidad “Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones”. Al evaluar esta afirmación, es posible encontrar casos en los que sí se cumple (por ejemplo, 4 x 4 = 16). Sin embargo, también existen contraejemplos (5 x 5 = 25). Por lo tanto, esta afirmación solo se cumple a veces.

Incluso, la misma situación puede promover la generalización de estos casos. Por ejemplo, si tenemos un número par representado por $2n$, siendo n un número entero, al multiplicar este número por sí mismo obtendremos $4n^2$, que también es un número par. No obstante, si tenemos un número impar representado por $2n+1$, al multiplicarlo por sí mismo, obtendremos otro número impar, ya que $4n^2 + 4n + 1$ es equivalente a $2(n^2 + 2n) + 1$.

La segunda afirmación está asociada a la competencia “Resuelve problemas de cantidad” y a la capacidad “Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones”. Al evaluar esta afirmación, se puede generalizar que, siendo n un entero, si se lo duplica, se obtiene $2n$, y el doble de todo número entero es un número par, por lo que esta afirmación siempre se cumplirá.

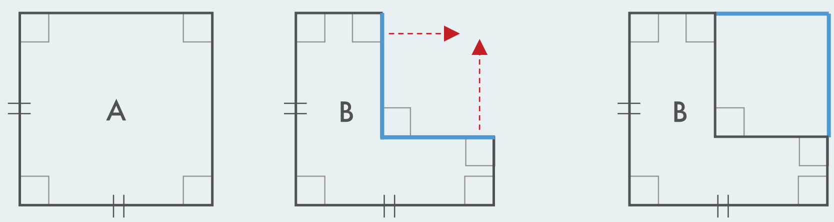
La tercera afirmación está asociada a la competencia “Resuelve problemas de cantidad” y a la capacidad “Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones”. Al probar algunos valores, se observa que, al dividir un número impar entre 2, no resulta un entero. Para generalizar esta afirmación, se puede representar un entero impar como $2n+1$, de manera que, al dividir entre 2, se obtiene $\frac{2n+1}{2} = n + \frac{1}{2} = n + 0{,}5$. Como n representa a un número entero, se puede deducir que esta afirmación nunca se cumplirá.

La cuarta afirmación está asociada a la competencia “Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio” y a la capacidad “Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales”. Para validar esta afirmación, el estudiante puede reemplazar el valor de x por un mismo número en ambos miembros y verificar que siempre se cumpla la igualdad. También puede validar la afirmación al factorizar y simplificar la siguiente expresión para obtener otra equivalente:

$$\frac{6x+2}{2} = \frac{2\,(3x+1)}{2} = 3x+1$$

Así pues, esta afirmación siempre se cumplirá.

La quinta afirmación está asociada a la competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” y a la capacidad “Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio”. Para evaluar esta afirmación, el estudiante puede otorgar valores según las condiciones para comprobar con algunos ejemplos numéricos que ambas figuras tienen igual perímetro, o puede realizar traslaciones manteniendo la misma inclinación de dos lados de la figura B con el propósito de reconocer que el perímetro de ambas figuras tiene la misma medida. Por lo tanto, esta afirmación nunca se cumplirá.



La última afirmación está asociada a la competencia "Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre" y a la capacidad "Sustenta conclusiones o decisiones sobre la base de la información obtenida". Para evaluar esta información, es necesario que el estudiante haya experimentado previamente este tipo de situaciones aleatorias, contrastando la probabilidad frecuencial versus la teórica. De esta manera, reconocerá que, aunque la probabilidad teórica indique que, al lanzar una moneda, el 50 % de las veces se obtendrá cara, esta situación depende del azar y no necesariamente se dará este resultado. Por lo tanto, esta afirmación se cumplirá a veces.

Otros recursos digitales que pueden complementar las actividades de clase

Hoy en día, existen diversos recursos digitales que pueden complementar las actividades de clase, ya que dan la oportunidad de desarrollar en los estudiantes habilidades para establecer relaciones, validar conjeturas, y explorar y construir nuevos conceptos matemáticos. A continuación, se muestran dos recursos de aplicación libre que se encuentran disponibles en la plataforma Phet Simulaciones Interactivas.

Simulador de cuadriláteros

Este simulador puede explorarse en el siguiente link:

https://phet.colorado.edu/sims/html/quadrilateral/latest/quadrilateral_all.html?locale=es

Con él, es posible generar diferentes tipos de cuadriláteros al variar la posición de los lados o vértices, de manera que los estudiantes pueden validar si han obtenido la figura deseada al verificar el nombre del cuadrilátero que se genera automáticamente. Asimismo, permite explorar la relación de los elementos y las propiedades de los cuadriláteros.

Este recurso propicia que los estudiantes planteen afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubren entre los objetos y formas geométricas a partir de las simulaciones y de la observación de casos. Este es un desempeño esperado en 1.° grado de secundaria (Minedu, 2017).

Por ejemplo, se puede proponer una actividad que consista en propiciar la manipulación de los vértices o lados del cuadrilátero original que aparece por defecto en el simulador, con la finalidad de obtener diversos tipos de trapecios. Esto se puede complementar con preguntas que permitan abstraer la noción de trapecio y definirla mencionando sus características principales.

Figura 6. *Cuadrilátero original en el simulador*

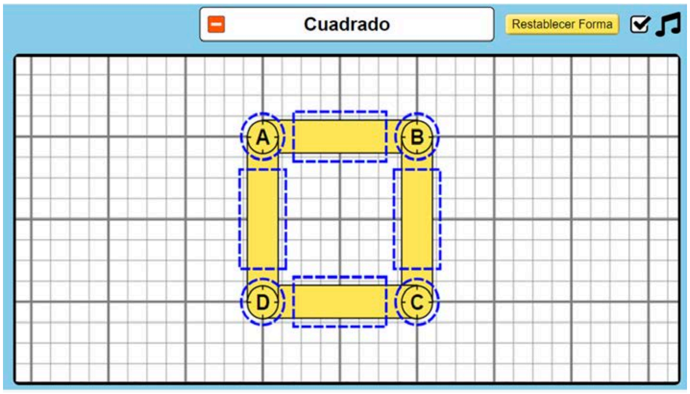
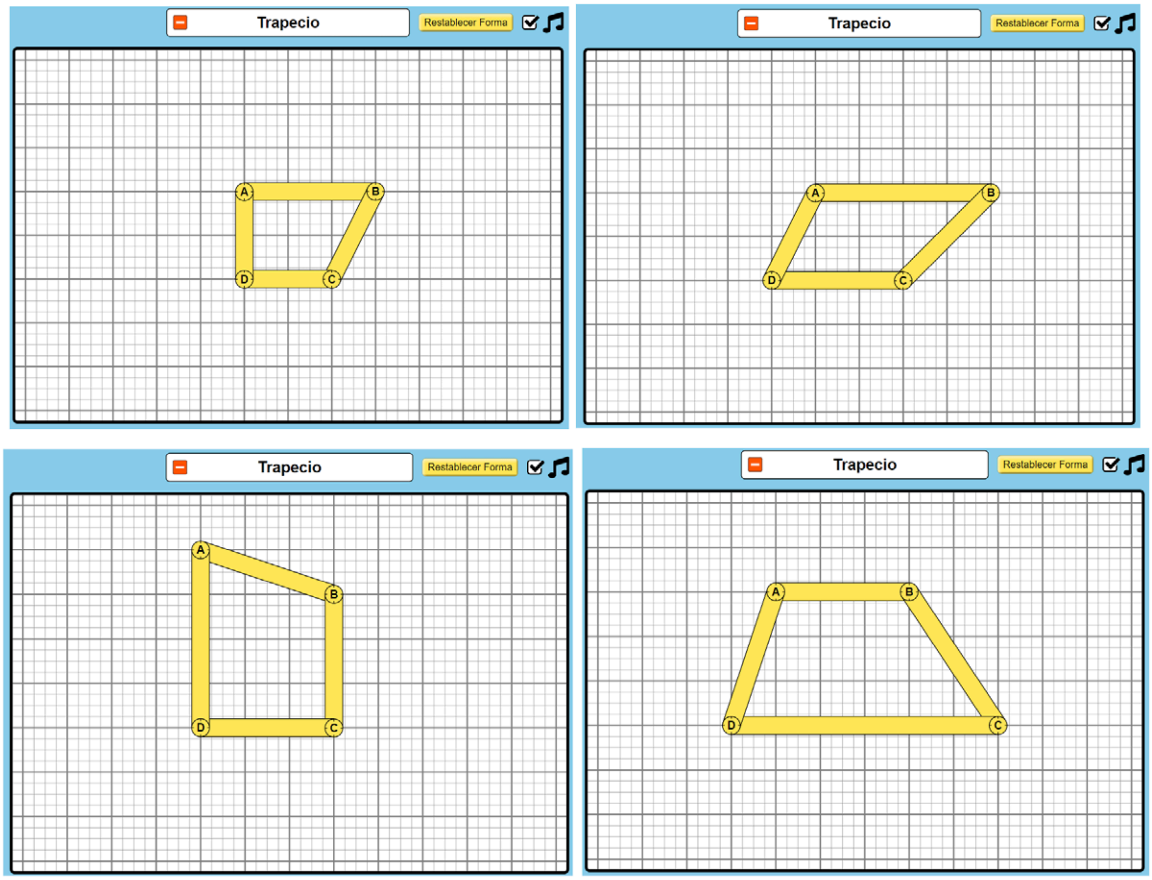


Figura 7. *Trapecios generados luego de manipular el cuadrilátero original*



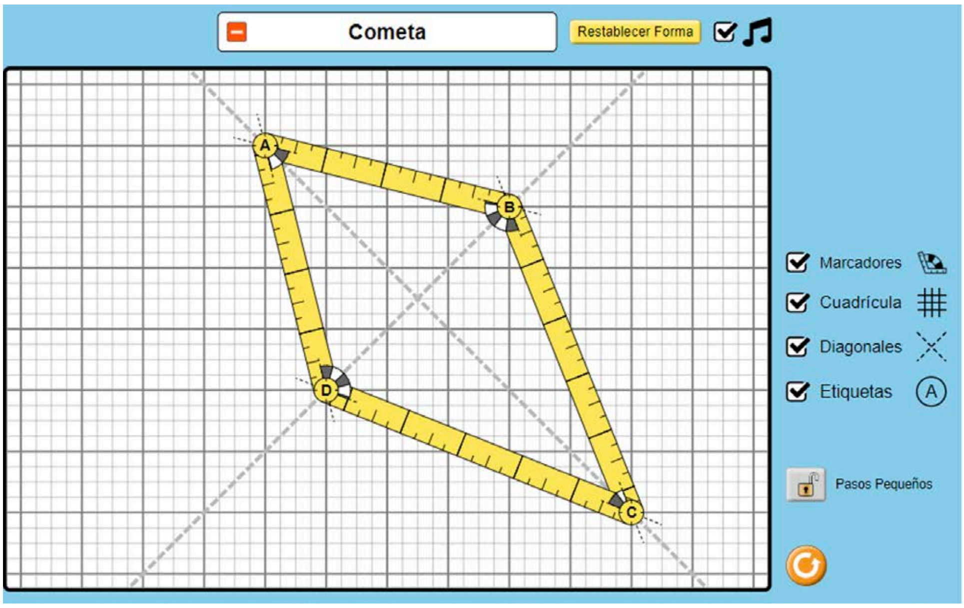
Con actividades como estas, los estudiantes pueden afirmar que el trapecio es el cuadrilátero que tiene dos lados paralelos, sin importar su posición, y dos lados no paralelos, que pueden ser de igual o diferente longitud.

Este simulador también tiene recursos que favorecen el reconocimiento de similitudes y diferencias entre los cuadriláteros al observar sus ángulos, diagonales y las relaciones de paralelismo o perpendicularidad entre sus lados.

Por ejemplo, en la Figura 8, se observa un cuadrilátero denominado "Cometa". Con este recurso, se puede promover que los estudiantes describan características de este cuadrilátero como las siguientes:

- Hay una diagonal que coincide con el eje de simetría de la figura, ya que determina dos lados consecutivos congruentes.
- El eje de simetría es bisectriz de dos ángulos de la figura.
- Los otros dos ángulos de la figura son congruentes.
- Las dos diagonales de la figura son perpendiculares.
- Una diagonal (eje de simetría) de la figura biseca a la otra.

Figura 8. *Características de una cometa*

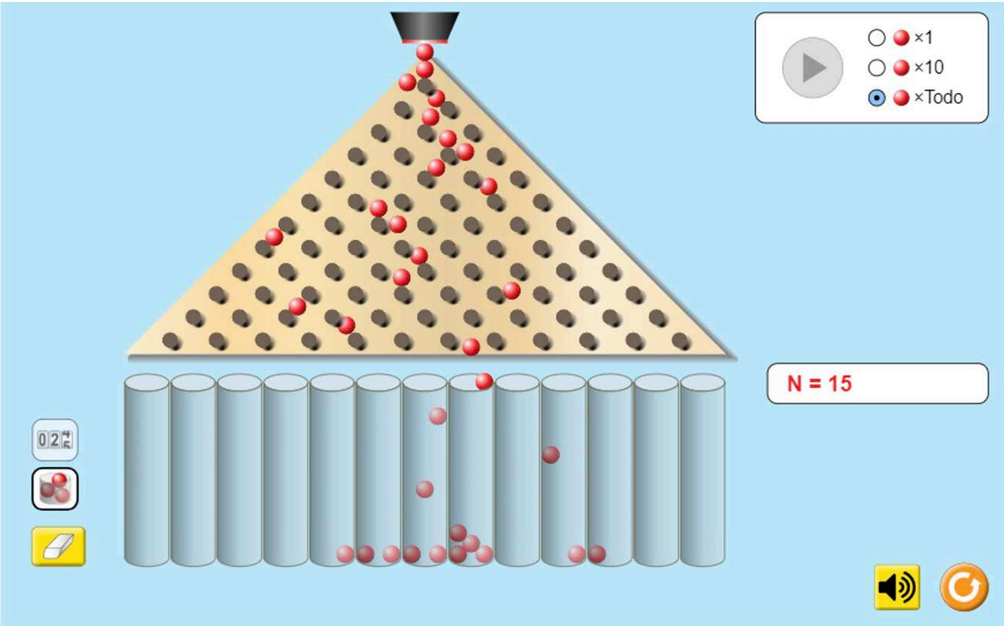


Simulador de probabilidad Plinko

Este simulador puede explorarse en el siguiente link:

https://phet.colorado.edu/sims/html/plinko-probability/latest/plinko-probability_all.html?locale=es

Figura 9. *Captura de pantalla del simulador de probabilidad Plinko*

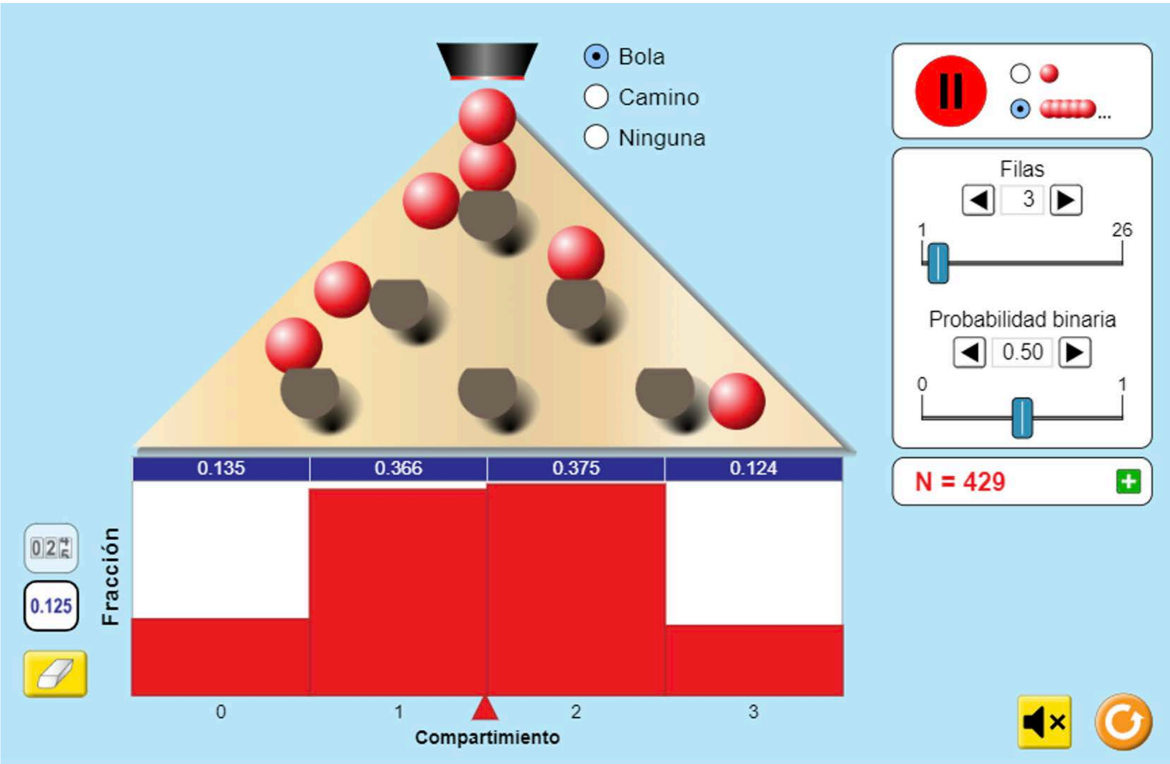


Con este simulador, se puede observar el funcionamiento de una máquina de Galton para que los estudiantes puedan experimentar con situaciones aleatorias en las que los resultados no sean equiprobables. Además, permite variar las condiciones de la máquina, por ejemplo, disminuir el número de filas.

Según la competencia "Resuelve problemas de gestión de datos de incertidumbre" del Programa Curricular de Educación Secundaria (Minedu, 2017), en 1.° grado de secundaria, se espera que los estudiantes planteen afirmaciones o conclusiones sobre la probabilidad de ocurrencia de sucesos en estudio. Este simulador favorece el desarrollo de este desempeño, ya que permite que los estudiantes infieran resultados, realicen el análisis de todos los posibles caminos que pueden seguir las pelotitas y hagan generalizaciones para encontrar en cuál de las cajas es más probable que caiga una pelotita.

Además, el simulador cuenta con un recurso gráfico que resume los resultados obtenidos, como se observa en la Figura 10. Así, los estudiantes pueden validar sus predicciones o comparar la probabilidad frecuencial versus la probabilidad teórica.

Figura 10. *Captura de pantalla de la máquina de Galton modificada a tres filas*



V. Anexo

Descripción de los ocho niveles de desempeño en Matemática en PISA 2022

Las descripciones de los niveles de desempeño permiten caracterizar las habilidades matemáticas de los estudiantes en ocho niveles. La importancia de estos niveles consiste en que muestran una gradualidad en los aprendizajes y, por ello, pueden orientar el trabajo docente al evidenciar cómo se complejizan las tareas no solo por los conocimientos implicados, sino también por las habilidades y los procesos involucrados.

Según la OECD (2018c), el nivel 2 es considerado como el nivel base del desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes, ya que en él se evidencian habilidades y conocimientos matemáticos elementales que permiten a los estudiantes participar de manera efectiva y productiva en la sociedad.

La descripción de los niveles propuestos por PISA se muestra en la siguiente tabla:

Nivel	Límite de puntuación inferior	Características de las tareas
6	669	En el nivel 6, los estudiantes pueden resolver problemas abstractos y demostrar su creatividad y pensamiento flexible para desarrollar soluciones. Por ejemplo, pueden reconocer cuándo un procedimiento que no está especificado en una tarea puede aplicarse en un contexto no estándar o cuándo es necesario demostrar una comprensión más profunda de un concepto matemático como parte de una justificación. Pueden vincular diferentes fuentes de información y representaciones, incluido el uso eficaz de simulaciones u hojas de cálculo como parte de su solución. Los estudiantes de este nivel son capaces de pensar críticamente, y dominan las operaciones y relaciones matemáticas simbólicas y formales que utilizan para comunicar claramente su razonamiento. Pueden reflexionar sobre la idoneidad de sus acciones con respecto a su solución y la situación original.
5	607	En el nivel 5, los estudiantes pueden desarrollar y trabajar con modelos para situaciones complejas, identificando o reconociendo restricciones y especificando suposiciones. Pueden aplicar estrategias de resolución de problemas sistemáticas y bien planificadas para abordar tareas más desafiantes, como decidir cómo desarrollar un experimento, diseñar un procedimiento óptimo o trabajar con visualizaciones más complejas que no se muestran en la tarea. Los estudiantes de este nivel muestran capacidad para resolver problemas cuyas soluciones a menudo requieren incorporar conocimientos matemáticos que no están establecidos explícitamente en la tarea. Ellos reflexionan sobre su trabajo y consideran los resultados matemáticos en relación con el contexto del mundo real.

Nivel	Límite de puntuación inferior	Características de las tareas
4	545	En el nivel 4, los estudiantes pueden trabajar eficazmente con modelos explícitos para situaciones concretas complejas, que a veces involucran dos variables. También demuestran capacidad para trabajar con modelos no definidos que se derivan utilizando un enfoque de pensamiento computacional más sofisticado. Los estudiantes en este nivel comienzan a involucrarse en aspectos del pensamiento crítico, como evaluar la razonabilidad de un resultado mediante juicios cualitativos cuando no es posible realizar cálculos a partir de la información proporcionada. Pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones de información, incluidas las simbólicas o gráficas, vinculándolas directamente con aspectos de situaciones del mundo real. En este nivel, los estudiantes también pueden construir y comunicar explicaciones y argumentos basados en sus interpretaciones, razonamientos y metodología.
3	482	En el nivel 3, los estudiantes pueden idear estrategias de solución, incluidas aquellas que requieren una toma de decisiones secuencial o flexibilidad en la comprensión de conceptos familiares. En este nivel, los estudiantes comienzan a utilizar habilidades de pensamiento computacional para desarrollar su estrategia de solución. Son capaces de resolver tareas que requieren la realización de varios cálculos diferentes, pero rutinarios, que no están claramente definidos en el planteamiento del problema. Pueden utilizar la visualización espacial como parte de una estrategia de solución o determinar cómo utilizar una simulación para recopilar datos apropiados para la tarea. Los estudiantes de este nivel pueden interpretar y utilizar representaciones basadas en diferentes fuentes de información y razonar directamente a partir de ellas, incluida la toma de decisiones condicional mediante una tabla de doble entrada. Por lo general, muestran cierta capacidad para manejar porcentajes, fracciones y números decimales, y para trabajar con relaciones proporcionales.
2	420	En el nivel 2, los estudiantes pueden reconocer situaciones en las que necesitan diseñar estrategias simples para resolver problemas, incluida la ejecución de simulaciones sencillas que involucran una variable como parte de su estrategia de solución. Pueden extraer información relevante de una o más fuentes que utilizan modos de representación ligeramente más complejos, como tablas bidireccionales, gráficos o representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales. Los estudiantes de este nivel demuestran una comprensión básica de las relaciones funcionales y pueden resolver problemas que involucran proporciones simples. Son capaces de hacer interpretaciones literales de los resultados.

Nivel	Límite de puntuación inferior	Características de las tareas
1a	358	En el nivel 1a, los estudiantes pueden responder preguntas que involucran contextos simples donde toda la información necesaria está presente y las preguntas están claramente definidas. La información puede presentarse en una variedad de formatos simples y es posible que los estudiantes necesiten trabajar con dos fuentes simultáneamente para extraer información relevante. Estos estudiantes son capaces de llevar a cabo procedimientos rutinarios simples de acuerdo con instrucciones directas en situaciones explícitas que a veces pueden requerir múltiples iteraciones de un procedimiento rutinario para resolver un problema. Pueden realizar acciones que son obvias o que requieren una síntesis mínima de información, pero, en todos los casos, las acciones se derivan claramente de los estímulos dados. Los estudiantes de este nivel pueden emplear algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones básicas para resolver problemas que a menudo involucran números enteros.
1b	295	En el nivel 1b, los estudiantes pueden responder a preguntas que involucran contextos fáciles de entender en los que toda la información necesaria se proporciona claramente en una representación simple (es decir, tabular o gráfica) y, según sea necesario, son capaces de reconocer si alguna información es irrelevante y puede ignorarse para responder la pregunta específica que se ha planteado. Ellos pueden realizar cálculos sencillos con números enteros que se derivan de instrucciones claramente prescritas, definidas en un texto breve y sintácticamente sencillo.
1c	233	En el nivel 1c, los estudiantes pueden responder a preguntas que involucran contextos fáciles de entender en los que toda la información relevante se proporciona claramente en un formato simple y familiar (por ejemplo, una pequeña tabla o imagen), y se define en un texto muy breve y sintácticamente simple. Son capaces de seguir una instrucción clara que describe un solo paso u operación.

Los resultados del Perú en PISA 2022 se pueden encontrar en el siguiente link:

umc.minedu.gob.pe/resultadospisa2022

VI. Referencias

- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework*. PISA, OECD Publishing. http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en

- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2016). *Low-performing students: why they fall behind and how to help them succeed*. PISA, OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/9789264250246-en

- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2018a). *PISA 2022 Mathematics framework*. [Draft]. PISA, OECD Publishing. https://pisa2022-maths.oecd.org/ca/index.html#Examples

- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2018b). *Equity in education: breaking down barriers to social mobility*. PISA, OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/9789264073234-en

- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2018c). *PISA para el desarrollo. Resultados en foco*. PISA, OECD Publishing. https://www.oecd.org/pisa/pisa-for-development/PISA_D_Resultados_en_Foco.pdf

- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2019). *Perspectivas de empleo de la OCDE 2019. El futuro del trabajo*. OECD Publishing, Universidad Superior de Celaya A. C. https://doi.org/10.1787/bb5fff5a-es

- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2023a). "PISA 2022 Mathematics framework", *en PISA 2022 assessment and analytical framework*. PISA, OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/7ea9ee19-en

- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2023b). *OECD employment outlook 2023. Artificial intelligence and the labour market*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/08785bba-en

- Ministerio de Educación del Perú. (2017). *Programa Curricular de Educación Secundaria*. https://repositorio.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/4550

- Ministerio de Educación del Perú. (2016). *Currículo Nacional de la Educación Básica*. http://www.minedu.gob.pe/curriculo/

- University of Colorado Boulder. (2023a). Phet interactive simulations for Science and Math. https://phet.colorado.edu/gl/

- University of Colorado Boulder. (2023b). Simulador de cuadriláteros. https://phet.colorado.edu/sims/html/quadrilateral/latest/quadrilateral_all.html?locale=es

- University of Colorado Boulder. (2023c). Simulador de probabilidad Plinko. https://phet.colorado.edu/sims/html/plinko-probability/latest/plinko-probability_all.html?locale=es

Accede a los resultados de PISA 2022 en
umc.minedu.gob.pe/resultadospisa2022

PISA y OCDE/PISA son marcas comerciales de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE).

Ministerio de Educación
2023

Si usted tiene alguna consulta, escríbanos a **medicion@minedu.gob.pe**
Visite nuestra página web: **umc.minedu.gob.pe**
Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes (UMC) - Ministerio de Educación
Calle Morelli N.° 109, San Borja, Lima 41 - Perú. Teléfono: (01) 615 5840